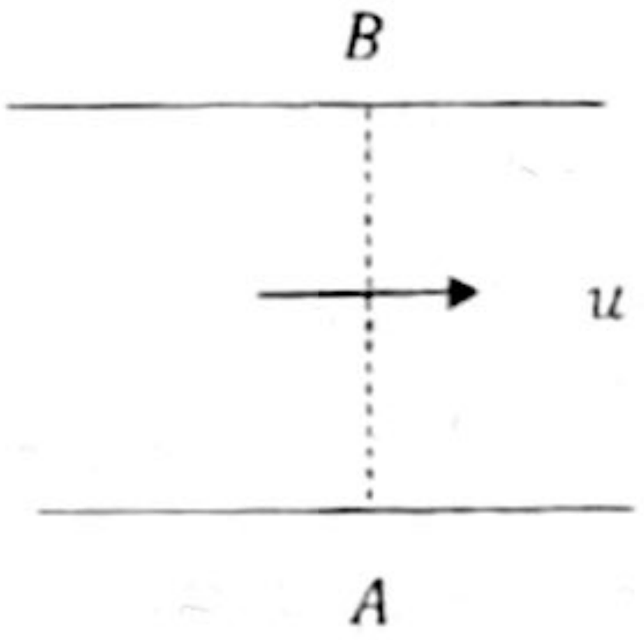
❖ ප්‍රශ්න 05 ට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) A හා B යනු එකිනෙකට $K\,m$ දුරින් සෘජු මාර්ගයක වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. P නම් මෝටර් රථයක් A ස්ථානයෙන් නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹා B දෙසට $a\,ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කර t_1 කාලයකදී $2u\,ms^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී. ඉන් පසු එම ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. P රථය උපරිම වේගය ලබා ගන්නා මොහොතේදීම තවත් Q නම් මෝටර් රථයක් B ස්ථානයෙන් $u\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් ආරම්භ කර A දෙසට ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කර t_2 කාලයකදී $4u\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගන්නා විටම P හා Q මෝටර් රථ දෙක එකිනෙක පසු කරයි. P හා Q රථ දෙකෙහි චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර එකම සටහනක අඳින්න. එනයින්

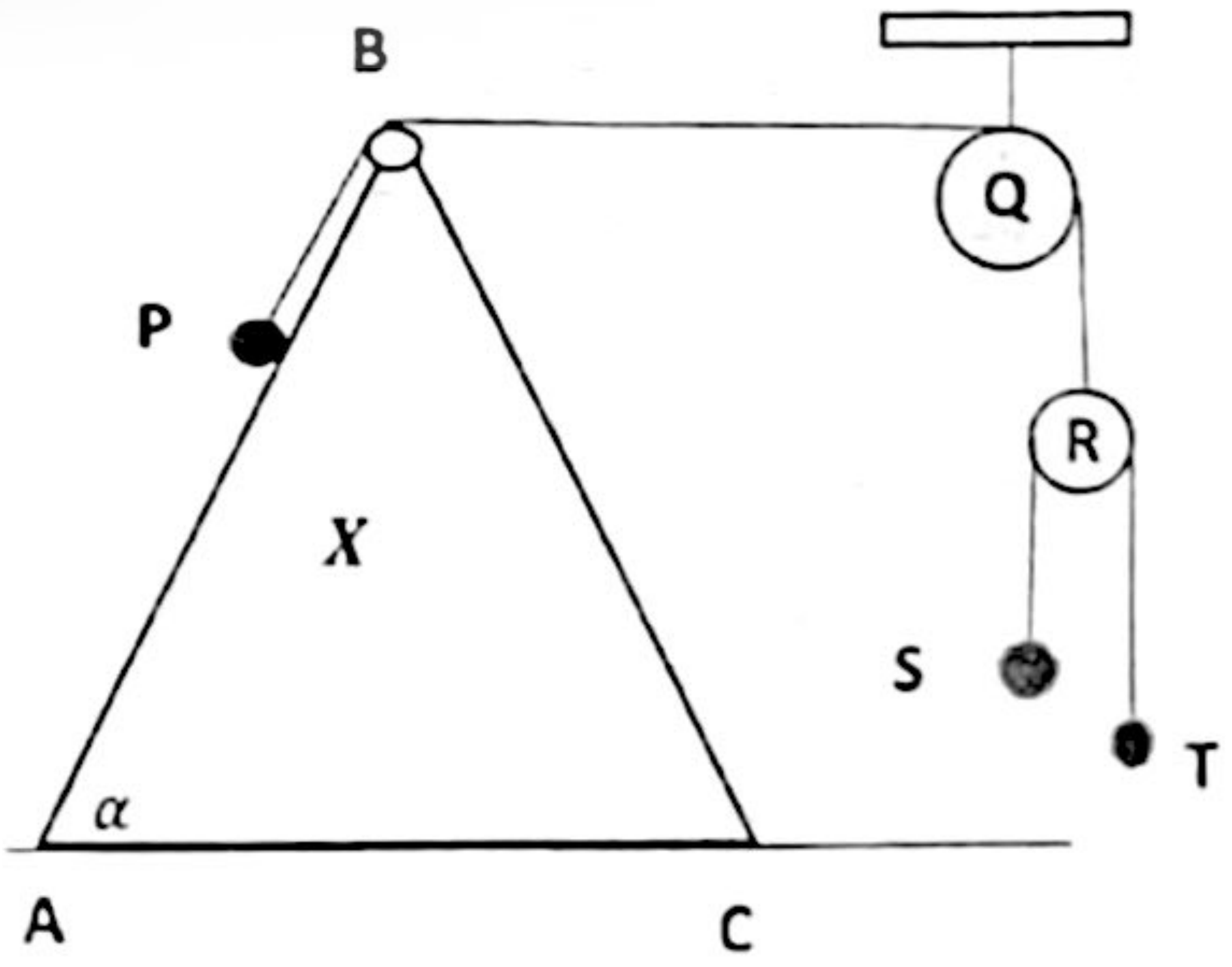
$(i)\ t_1 = \frac{2u}{a}$ බවද $\qquad (ii)\ t_2 = \frac{2k}{9u} - \frac{4u}{9a}$ බවද

$(iii)\ Q$ හි ත්වරණය $\frac{27au^2}{2ak-4u^2}$ බවද පෙන්වන්න.

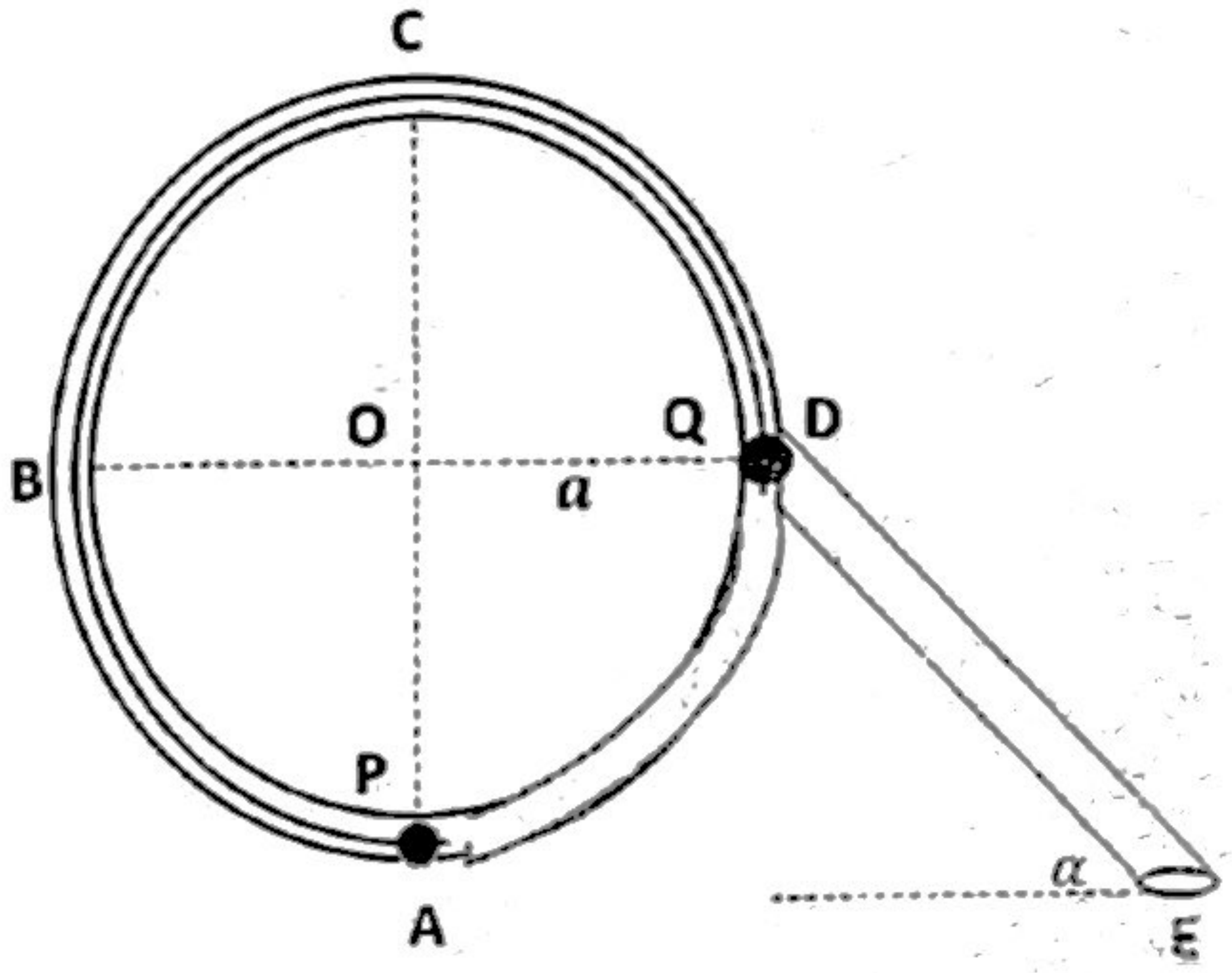
(b) සරල සමාන්තර ඉවුරු සහිත පළල a වන ගඟක් අනවරත u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසී. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි, ගඟේ එක් ඉවුරක පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් A වන අතර අනෙක් ඉවුරේ ප්‍රතිමුඛව පිහිටි ලක්ෂ්‍යය B වේ. P හා Q මිනිසුන් දෙදෙනෙකුගේ නිශ්චල ජලයේ පිහිනීමේ ප්‍රවේග පිළිවෙලින් v හා $2v$ වේ $(v > u)$. P මිනිසා A හිද Q මිනිසා B හිද සිටිති. ඔවුන් එකවර ගඟට පැන P මිනිසා $\overrightarrow{AB}$ දිශාවටද Q මිනිසා $\overrightarrow{BA}$ දිශාවටද චලිත වන සේ පිහිනති. ඔවුන්ගේ චලිත නිරූපනය වන සේ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනක අඳින්න. P හා Q දෙදෙනා ජලයට සාපේක්ෂව පිහිනන දිශා එකිනෙකට ලම්භක බව දී ඇතිනම් v හි අගය u ඇසුරෙන් සොයා ඔවුන් එකිනෙකා පසුකර යාමට ගතවන කාලය $\frac{2a}{5u}$ බව පෙන්වන්න.



12. a) ස්කන්ධය M වූ X කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් ABC හරස්කඩ රූපයෙන් දැක්වේ. එහි $B\hat{A}C = \alpha\left(< \frac{\pi}{2}\right)$ වේ. සුමට තිරස් බිමක් මත AC ස්පර්ශ වන සේ කුඤ්ඤය තබා ඇත. ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් AB මත තබා, එයට එක් කෙලවරක් ගැට ගසන ලද සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක්, B හි සවිකර ඇති කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් දමා , B හි මට්ටමේම වූ තවත් අචල සුමට Q කප්පියක් මතින් යවා අනෙක් කෙලවරට ස්කන්ධය m වූ සුමට සචල R කප්පියක් සම්බන්ධ කර ඇත. තවත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙලවරට ස්කන්ධ පිළිවෙලින් $2m$ හා m වන S හා T අංශු දෙකක් සම්බන්ධ කොට තන්තුව R කප්පිය මතින් දමා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ තබා මුදාහල විට P අංශුවේ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂ ත්වරණය නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



(b) $ABCD$ යනු කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වන සිහින් සුමට වෘත්තාකාර බටයකි. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි, එයට DE යනුවෙන් සරල රේඛීය සිහින් බටයක් සවිකර ඇත. සියළුම බට එකම සිරස් තලයක අචලව සවිකර තිබේ. DE කොටස තිරස සමග α සුළු කෝණයක් සාදයි. දිග $\frac{3\pi a}{2}$ වන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් පිළිවෙලින් ස්කන්ධ $3m$ හා $2m$ වන Q හා P අංශු දෙකක් සම්බන්ධ කර බටය තුළින් තන්තුව දමා Q අංශුව D හිද P අංශුව වෘත්තාකාර බට කොටසේ පහළම ලක්ෂ්‍යය වන A හිද තබා ඇත. පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හැරේ.



Q අංශුව DE දිගේ පහළට චලනය වේ. $A\hat{O}P = \theta \left(< \frac{\pi}{2}\right)$ විට P අංශුවේ කෝණික ප්‍රවේගය වන $\dot{\theta}$ යන්න , $a\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{5}(2\cos\theta + 3\theta\sin\alpha - 2)$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. තවද

P අංශුව මත බටය මගින් O දෙසට ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{2mg}{5}(9\cos\theta + 6\theta\sin\alpha - 4)$ බවත් පෙන්වන්න.

13. ස්වභාවික දිග a ද ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය kmg වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර අනෙක් කෙලවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සම්බන්ධ කර අංශුව O හි තබා $\sqrt{2ag}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහලට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. අංශුව a දුරක් පහළට වැටුණු පසු එහි ප්‍රවේගය සොයන්න. තන්තුවේ දිග $x(\geq a)$ වන විට අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \omega^2\left(x - a - \frac{a}{k}\right) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි ω යනු නිර්ණය කල යුතු නියතයකි.

චලිතයේ කේන්ද්‍රයට O සිට ඇති දුර a හා k ඇසුරින් සොයන්න. තවද $y = x - \left(a + \frac{a}{k}\right)$ ලෙස ගෙන ඉහත චලිත සමීකරණය නැවත ලියන්න.

$\dot{y}^2 = \omega^2(A^2 - y^2)$ උපකල්පනය කරමින් සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය වන A සොයන්න.

ඒ නයින් අංශුව O සිට පහළට චලිත වන උපරිම දුර සොයන්න.

තන්තුවේ උපරිම ආතතියත්, අංශුව කේන්ද්‍රයේ පවතින විට තන්තුවේ ආතතියත් අතර අනුපාතය $\left(1 + \sqrt{1 + 4k}\right) : 1$ බවද පෙන්වන්න. තවද අංශුව O සිට මුදාහළ මොහොතේ සිට ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වීම දක්වා ගතවූ කාලය $\left\{2\sqrt{k} - \sqrt{2k} + \pi - \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+4k}}\right\}\sqrt{\frac{a}{kg}}$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව කේන්ද්‍රයේ සිට ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වීමට ගන්නා කාලය $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{a}{g}}$ බව දී ඇත්නම් k හි අගය සොයා චලිතය තුලදී අංශුව ලබාගන්නා උපරිම ප්‍රවේගය $\sqrt{5ag}$ බවද පෙන්වන්න.

14. (a) O මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B, C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{a}+\frac{1}{3}\underline{b}$ වේ. D හා E තවත් ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $3\underline{a}+\frac{2}{3}\underline{b}$ හා $-(7\underline{a}+\underline{b})$ වේ. C, D, E ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය වන බව පෙන්වා $EC : CD$ සොයන්න.

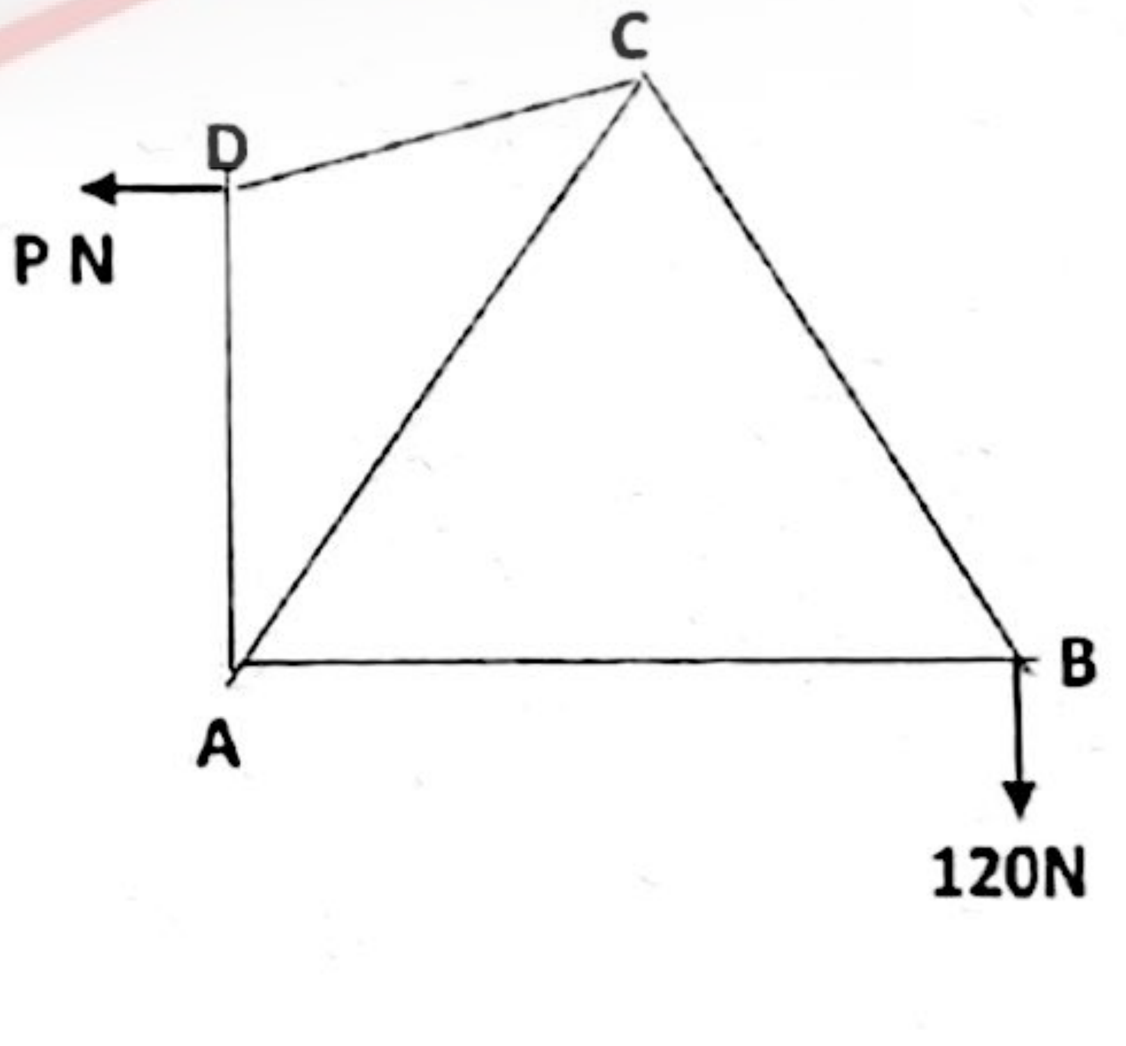
තවද AB හා ED රේඛා G ලක්ෂ්‍යයකදී ඡේදනය වන බව දී ඇත. $\overrightarrow{AG} = \lambda\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{EG} = \mu\overrightarrow{ED}$ නම් λ හා μ හි අගයන් සොයන්න.

(b) ABC යනු $AB = 4m$, $BC = 5m$ සහ $CA = 3m$ වන ත්‍රිකෝණයකි. D, E, F යනු පිළිවෙලින් BC, CA, AB පාද වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. නිව්ටන් $4P, 5P, 3P, \alpha P$ හා βP යන බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{ED}$ හා $\overrightarrow{CF}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය $\overrightarrow{EF}$ ඔස්සේ පිහිටා තිබේ. α හා β හි අගයන් සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය $20P\ N$ බවද පෙන්වන්න.

තවද AC ඔස්සේ ක්‍රියා කරන X බලයකටද CF ඔස්සේ ක්‍රියා කරන Y බලයකටද සූර්ණය M වන යුග්මයකටද ඉහත පද්ධතිය තුල්‍ය වේ නම්, X හා Y හි අගයන් සොයා M යුග්මයේ සූර්ණය හා අතද සොයන්න.

15. (a) AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක දිග පිළිවෙලින් a හා b වේ. දඬු වල **ඒකක දිගක ස්කන්ධය** W **වේ.** මෙම දඬු දෙක B හිදී සුමටව සන්ධි කර A හා C දෙකෙළවර සුමට තිරස් මේසයක් මත පිහිටන සේද ABC තලය සිරස් වන සේද තබා දඬු දෙකේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව තදව පිහිටන විට ABC කෝණය සෘජු කෝණයක් වෙයි. C හිදී මේසය මගින් දණ්ඩ ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W(a^3+2a^2b+b^3)}{2(a^2+b^2)}$ බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{Wab(a+b)}{a^2+b^2}$ බව පෙන්වන්න. තවද B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචකද සොයන්න.

(b) අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද AB,BC,AC CD හා DA සැහැල්ලු දඬු පහක රාමු සැකිල්ලක් දී ඇති රූපයෙන් නිරූපණය වේ. මෙහි ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන අතර $AD = DC$ වේ. රාමු සැකිල්ල A හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර B හිදී $120N$ ක භාරයක් දරයි. AB තිරස් වන පරිදි රාමු කට්ටුව සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ D හිදී යෙදූ $P\ N$ තිරස් බලයක් මගිනි.



P හි අගය සොයන්න.

බෝ අංකනය භාවිතයෙන් B, C හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

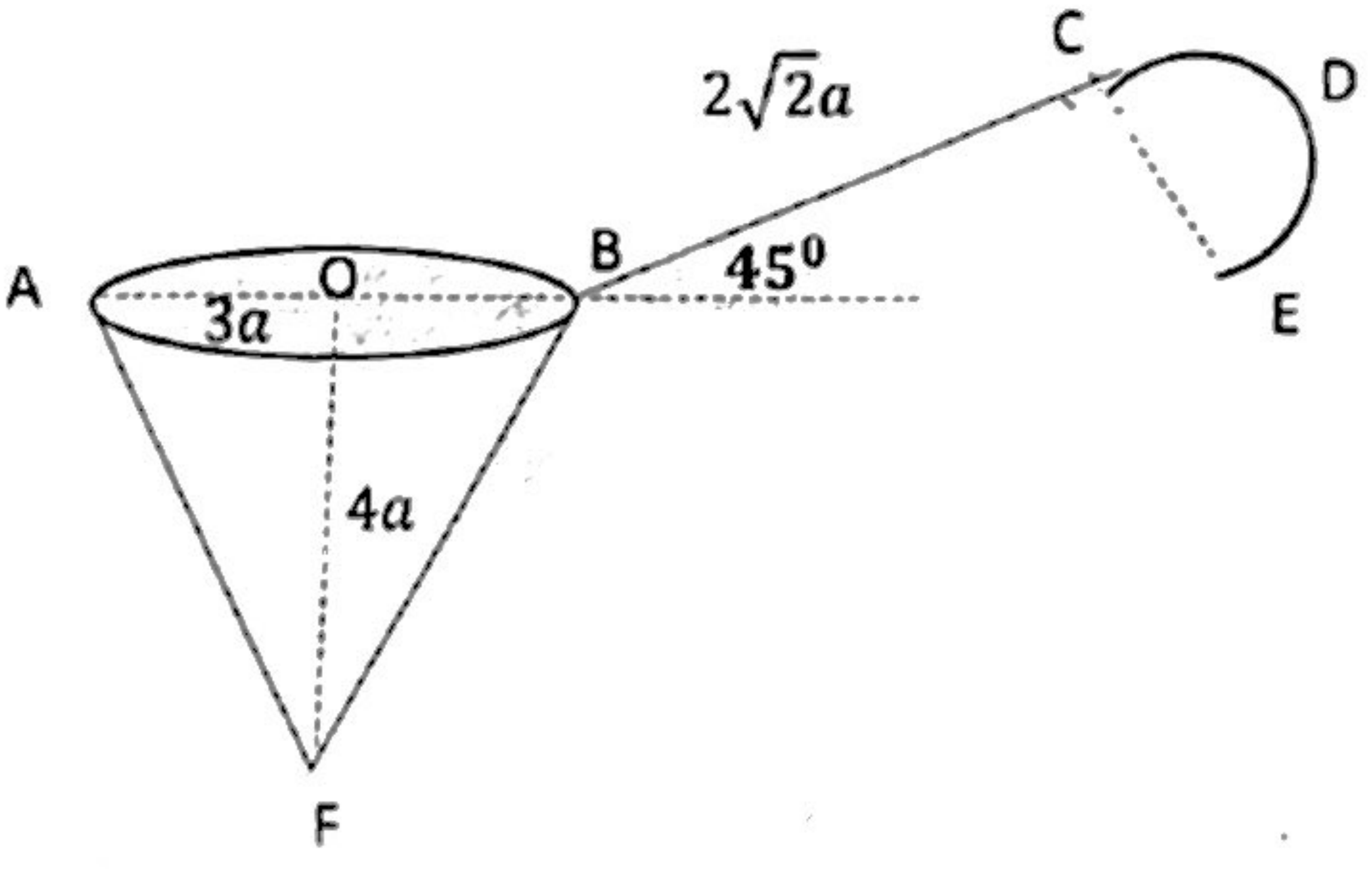
ඒ නයින් , දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ,ඒවා ආතතිද, තෙරපුම්ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න. A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවද අපෝහනය කරන්න.

A

16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින්ද,

(ii) උස h ඍජු වෘත්ත කුහර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ශීර්ෂයේ සිට සමමිතික අක්ෂය ඔස්සේ $\frac{2}{3}h$ දුරකින්ද, පිහිටන බව පෙන්වන්න.

රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි ,අරය $\sqrt{2}a$ වූ අර්ධ වෘත්තාකාර CDE කොටසකින් හා දිග $2\sqrt{2}a$ වූ BC ඍජු කොටසකින් සමන්විත සිහින් ඒකාකාර $BCDE$ කම්බියකින් සැදි මිටක් ,කේන්ද්‍රය O හා අරය $3a$ හා උස $4a$ වූ තුනී ඒකාකාර ඍජු වෘත්ත කුහර කේතුවකට දෘඪ ලෙස සවි කර හැන්දක් සාදා ඇත. CE විෂ්කම්භය BC ට ලම්බ වේ. A හා B ලක්ෂ්‍ය කේතුවෙහි වෘත්තාකාර ගැටිවේ විෂ්කම්භයක අන්ත වන අතර AB හා OF ලම්බ වේ. $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BC}$ අතර කෝණය $\frac{\pi}{4}$ වන අතර O, A, B, C, D, E හා F ලක්ෂ්‍ය එකම තලයක පිහිටයි.



කුහර කේතුවෙහි ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද මිටෙහි ඒකක දිගක ස්කන්ධය $\sqrt{2}a\sigma$ ද වේ. හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OB ට පහළින් $\left[\frac{2(9\pi-4)}{(17\pi+4)}\right]a$ දුරකින්ද OF සිට $\left[\frac{4(5+3\pi)}{(17\pi+4)}\right]a$ දුරකින්ද පිහිටන බව පෙන්වන්න. හැන්ද සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් F ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලූ විට FO රේඛාව යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය $tan^{-1}\left(\frac{2(5+3\pi)}{25\pi+12}\right)$ බව පෙන්වන්න.

17. (a) භාජනයක සර්වසම සුදු බෝල 7 ක්ද කළු බෝල 3 ක් ද ඇත. "විහඟ" සසම්භාවී ලෙස භාජනයෙන් බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ. එම බෝලය සුදු නම්, අමතර සුදු බෝල n ගණනක් හා කළු බෝල 1 ක්, එම ඉවතට ගත් බෝලයද සමග ආපසු භාජනයට දමනු ලැබේ. අනතුරුව ඔහු සසම්භාවී ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනය රහිතව අනුක්‍රමිකව තවත් බෝල 2 ක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) දෙවනුව ගත් බෝලය සුදු බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{11}{15}$ නම , n හි අගය සොයන්න.

(ii) දෙවන බෝලය සුදු බෝලයක් බව දී ඇතිවිට තුන්වන බෝලය කළු බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) රෝගීන් 100 දෙනෙකුගේ මිනිත්තුවකදී සිදු කරන හෘද ස්පන්දන ගණන පරීක්ෂා කර, එහි තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කල සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තර	60 -64	65 - 69	70 - 74	75 - 79	80 - 84	85 - 89
සංඛ්‍යාතය	21	27	28	14	6	4

ඉහත තොරතුරු උපයෝගී කර ගනිමින් ව්‍යාප්තියේ

(i) මාතය (ii) මධ්‍යස්ථය (iii) මධ්‍යන්‍යය (iv) සම්මත අපගමනය

(v) කුටිකතා සංගුණකය ගණනය කරන්න.

Scanned with CamScanner